Descrevendo Circuitos Lógicos (Continuação)

CPCX – UFMS
Prof. Renato F. dos Santos

3.6 Descrevendo circuitos lógicos algebricamente

- **Qualquer circuito lógico pode ser descrito usando as três operações booleanas básicas**
- **Considere o circuito da Figura 3.13(a)**
  - **Tem três entradas (*A*, *B* e *C*) e uma única saída (*x*)**
- **A expressão para a saída de uma porta AND é escrita assim: $A \cdot B$**
- **A saída da porta AND está conectada em uma entrada da porta OR e, a outra entrada é a *C***
- **Assim podemos expressar a saída da porta lógica OR como $x = A \cdot B + C$ ou $x = C + A \cdot B$**

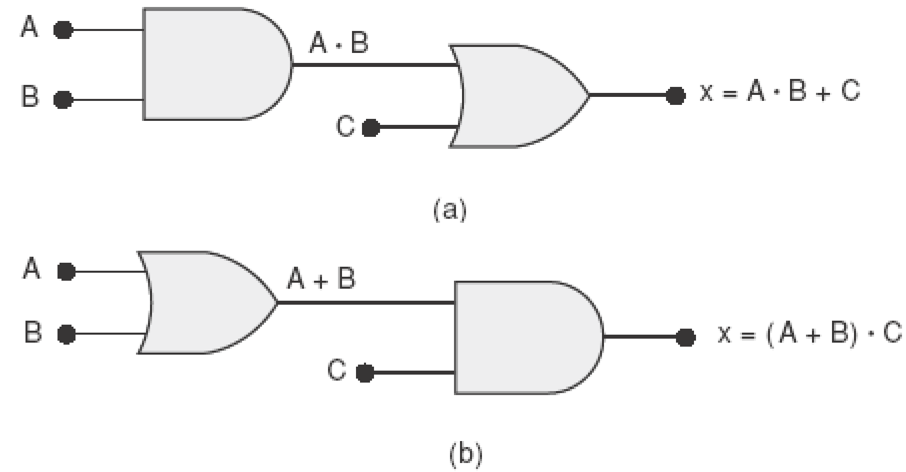


FIGURA 3.13
(a) Um circuito lógico e suas expressões booleanas;
(b) Circuito lógico com uma expressão que requer parênteses.

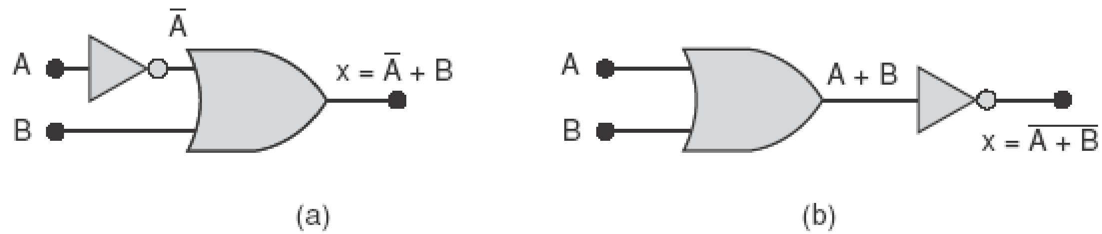


FIGURA 3.14
Circuitos com INVERSORES.

Precedência de operador

- **Ocasionalmente pode haver alguma confusão em determinar qual operação e realizada primeiro em uma expressão**
- **A expressão $A \cdot B + C$ pode ser interpretada como:**
  - **(1) operação OR de $A \cdot B$ com C**
  - **ou (2) a operação AND de A com a soma lógica $B + C$**
- **A operação AND é realizada primeiro, a menos que existam parênteses na expressão**

Precedência de operador (Continuação)

- **Para ilustrar, considere o circuito da Figura 3.13(b)**
  - **A expressão para a saída da porta OR é simplesmente $A + B$**
  - **Essa saída é usada com o uma entrada da porta AND cuja a entrada é C**
  - **Assim expressamos a saída da porta AND como**
    - **$X = (A + B) \cdot C$**

Circuitos com INVERSORES lógicos

- **A expressão para a saída do INVERSOR será igual à expressão de entrada com uma barra sobre ela**
- **A Figura 3.14(a) mostra dois exemplos usando INVERSORES**
- **A saída do INVERSOR alimenta a porta OR juntamente com *B***
- **A saída da OR é igual a $\overline{A} + B$**
- **Primeiro inverte-se *A* e, em seguida, faz-se a operação OR com *B***

Circuitos com INVERSORES lógicos (Continuação)

- **Na Figura 3.14(b), a saída da porta OR é igual a $A + B$, que é entrada de um INVERSOR**
- **A saída do INVERSOR será igual a $(\overline{A + B})$**
- **A expressão completa de entrada é invertida**
- **Isso é importante porque, conforme veremos depois, as expressões $(\overline{A + B})$ e $(\overline{A} + \overline{B})$ não são equivalentes**
- **A Figura 3.15 mostra mais dois exemplos que devem ser analisados cuidadosamente**

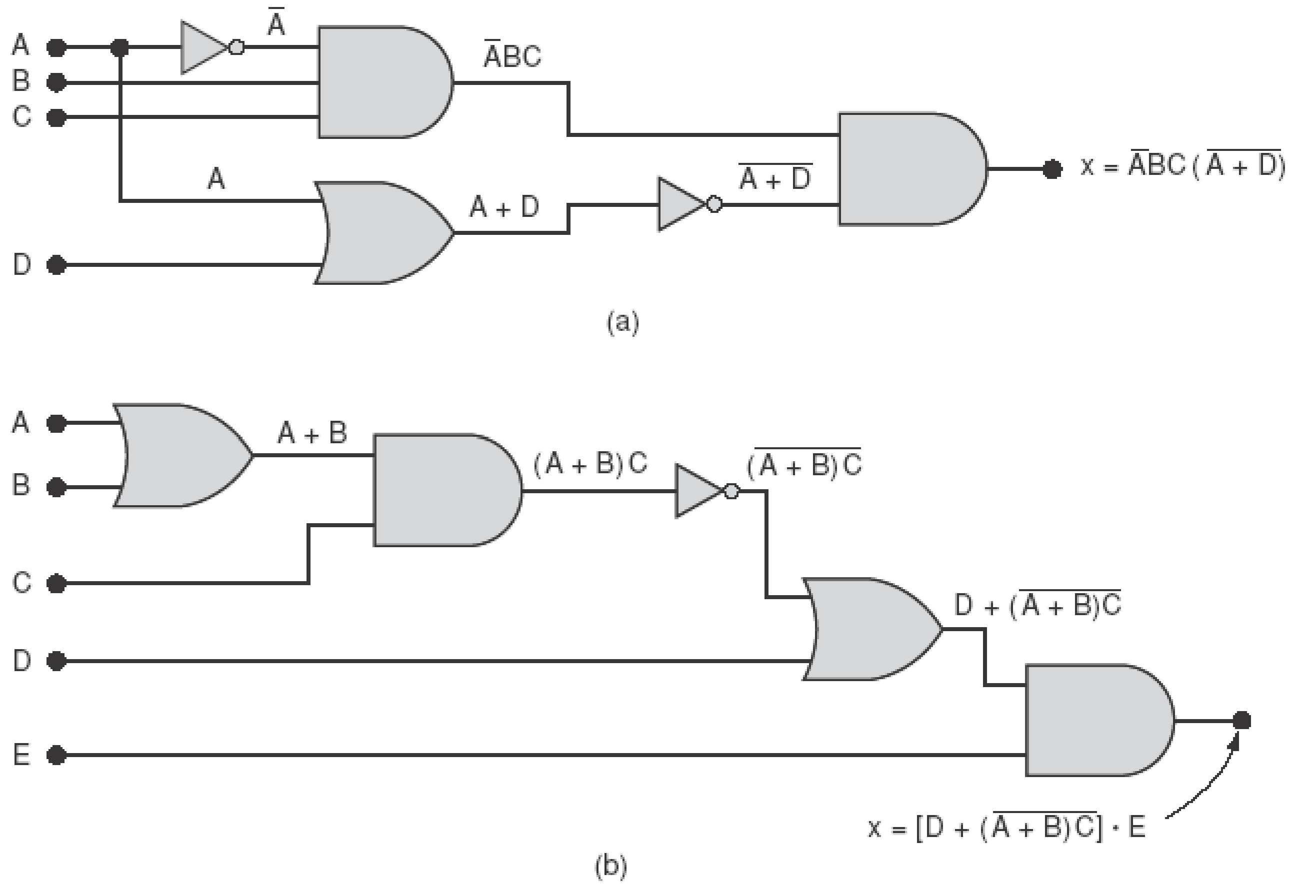


FIGURA 3.15
Mais exemplos.

3.7 Avaliando as saídas dos circuitos lógicos

- **Uma vez de posse da expressão booleana para a saída de um circuito, podemos obter o nível lógico da saída para qualquer conjunto de níveis lógicos de entrada**
- **Supomos que desejamos saber o nível lógico da saída x para o circuito da Figura 3.15(a) em que:**
  - $A = 0$, $B = 1$, $C = 1$ e $D = 1$

3.7 Avaliando as saídas dos circuitos lógicos (Continuação)

$$
\begin{aligned}
x &= \overline{A}BC(\overline{A + D}) \\
&= \overline{0} . 1 . 1 . (\overline{0 + 1}) \\
&= 1 . 1 . 1 . (\overline{0 + 1}) \\
&= 1 . 1 . 1 . (\overline{1}) \\
&= 1 . 1 . 1 . (0) \\
&= 0
\end{aligned}
$$

3.7 Avaliando as saídas dos circuitos lógicos (Continuação)

– **Com mais uma ilustração, vamos determinar a saída do circuito na Figura 3.15(b) para:**
  - **$A = 0$, $B = 0$, $C = 1$, $D = 1$ e $E = 1$**

3.7 Avaliando as saídas dos circuitos lógicos (Continuação)

$$
\begin{aligned}
x &= [D + \overline{(A + B)C}] \cdot E \\
&= [\overline{1} + \overline{(0 + 0) \cdot 1}] \cdot 1 \\
&= [1 + \overline{0 \cdot 1}] \cdot 1 \\
&= [1 + \overline{0}] \cdot 1 \\
&= [1 + 1] \cdot 1 \\
&= 1 \cdot 1 \\
&= 1
\end{aligned}
$$

3.7 Avaliando as saídas dos circuitos lógicos (Continuação)

– **Em geral, as regras a seguir têm de ser seguidas quando avaliamos uma expressão booleana:**

1. **Primeiro, realize todas as inversões de termos simples; ou seja, 0 = 1 ou 1 = 0**
2. **Em seguida, realize todas as operações dentro de parênteses**
3. **Realize as operações AND antes das operações OR, a menos que os parênteses indiquem o contrário**
4. **Se uma expressão tiver uma barra sobre ela, realize a operação indicada pela expressão e, em seguida, inverta o resultado**

3.7 Avaliando as saídas dos circuitos lógicos (Continuação)

- **Para praticar, determine as saídas dos dois circuitos na Figura 3.15 no caso em que todas as entradas forem 1.**
- **As respostas são $x = 0$ e $x = 1$, respectivamente**

Análise utilizando uma tabela

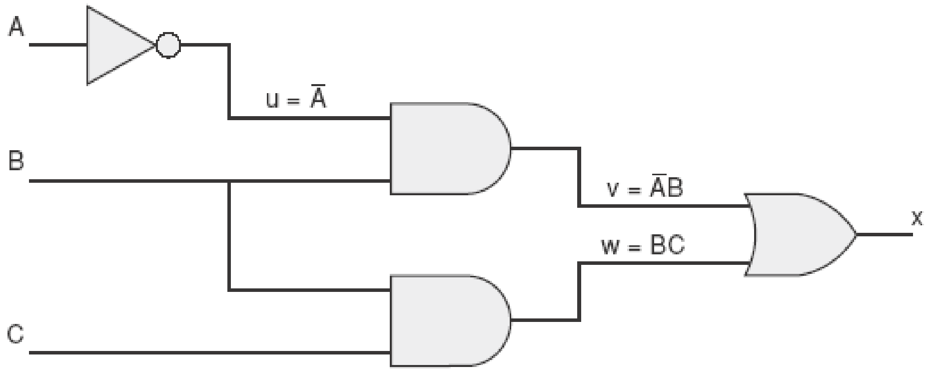
- **Quando se deseja saber como um circuito lógico combinacional funciona, utilize uma tabela-verdade para analisá-lo**
- **Vantagens desse método:**
  - **Permite que se analise uma porta ou combinação lógica de cada vez**
  - **Permite que se confira facilmente o trabalho**
  - **Quando o trabalho se encerra, você dispõe de uma tabela que ajuda bastante a verificação de erros do circuito lógico**

Análise utilizando uma tabela (Continuação)

- Uma tabela-verdade lista todas as possíveis combinações de entrada em ordem numérica
- Podemos determinar o estado lógico em cada ponto (nó) do circuito lógico, inclusive as saída
- Na Figura 3.16(a), há vários nós intermediários nesse circuito
- Nesse diagrama esse nós foram chamados de *u*, *v*, e *w*

Análise utilizando uma tabela (Continuação)

- **O próximo passo é preencher a coluna *v* como mostrado na Figura 3.16(c)**
- **O terceiro passo é prever os valores do nó *w***
- **E o passo final, Figura 3.16(d) é combinar logicamente colunas *v* e *w* para prever a saída *x***
- **Como $x = v + w$, a saída *x* deve ser ALTA quando *v* for ALTO OR *w* for ALTO, conforme a Figura 3.16(e)**



(a)

A	B	C	u= $\overline{A}$	v= $\overline{A}B$	w= BC	x= v+w
0	0	0	1			
0	0	1	1			
0	1	0	1			
0	1	1	1			
1	0	0	0			
1	0	1	0			
1	1	0	0			
1	1	1	0			

(b)

A	B	C	u= $\overline{A}$	v= $\overline{A}B$	w= BC	x= v+w
0	**0**	0	1	**0**		
0	**0**	1	1	**0**		
0	1	0	1	1		
0	1	1	1	1		
1	0	0	0	**0**		
1	0	1	0	**0**		
1	1	0	**0**	**0**		
1	1	1	**0**	**0**		

(c)

A	B	C	u= $\overline{A}$	v= $\overline{A}B$	w= BC	x= v+w
0	**0**	**0**	1	0	**0**	
0	**0**	1	1	0	**0**	
0	1	**0**	1	1	**0**	
0	1	1	1	1	1	
1	**0**	**0**	0	0	**0**	
1	**0**	1	0	0	**0**	
1	1	**0**	0	0	**0**	
1	1	1	0	0	1	

(d)

A	B	C	u= $\overline{A}$	v= $\overline{A}B$	w= BC	x= v+w
0	0	0	1	**0**	**0**	**0**
0	0	1	1	**0**	**0**	**0**
0	1	0	1	1	**0**	1
0	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	**0**	**0**	**0**
1	0	1	0	**0**	**0**	**0**
1	1	0	0	**0**	**0**	**0**
1	1	1	0	**0**	1	1

(e)

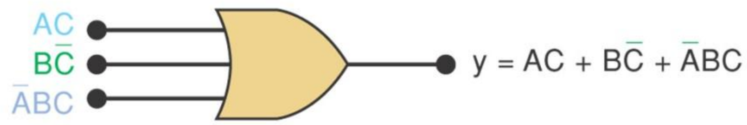
FIGURA 3.16
Análise de um circuito lógico usando tabelas-verdade.

3.8 Implementando circuitos a partir de expressões booleanas

- **Quando a operação de um circuito é definida por uma expressão booleana, podemos desenhar o diagrama do circuito lógico a partir da expressão**
- **Por exemplo, se precisarmos de um circuito definido por $x = A \cdot B \cdot C$, saberemos que precisamos de uma AND com três entradas**
- **O mesmo raciocínio aplicado a esses casos simples pode ser estendido para circuitos mais complexos**

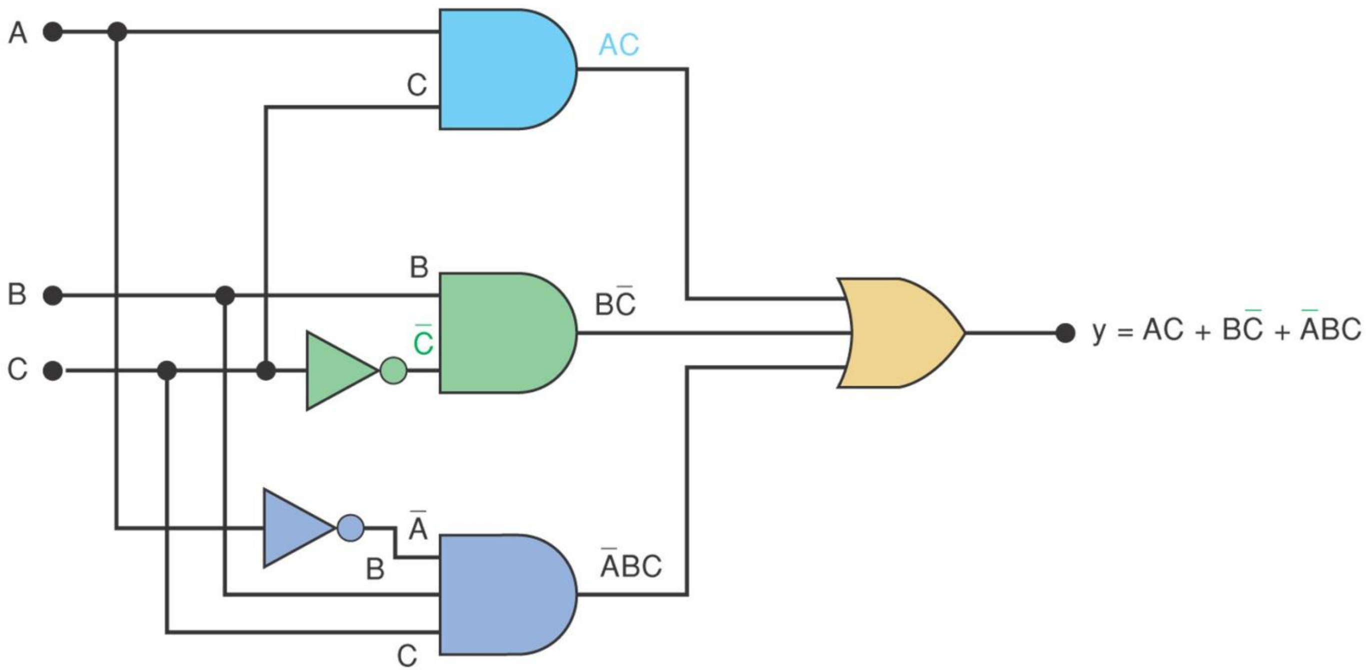
3.8 Implementando circuitos a partir de expressões booleanas (Cont...)

- Suponha que desejamos construir um circuito cuja saída seja $y = AC + B\overline{C} + \overline{A}BC$
- A expressão contém três termos sobre os quais é aplicada a operação OR
- Essa expressão nos diz que é necessária uma porta OR de três entradas - Figura 3.17(a)
- Cada entrada da porta OR tem um termo que é um produto lógico AND
- Isso significa que uma porta AND com as entradas apropriadas, pode ser usada para gerar cada um desses termos - Figura 3.17(b)



AC
$B\overline{C}$
$\overline{A}BC$
$y = AC + B\overline{C} + \overline{A}BC$

(a)



A
B
C
AC
C
B
$\overline{C}$
$B\overline{C}$
$\overline{A}$
B
C
$\overline{A}BC$
$y = AC + B\overline{C} + \overline{A}BC$

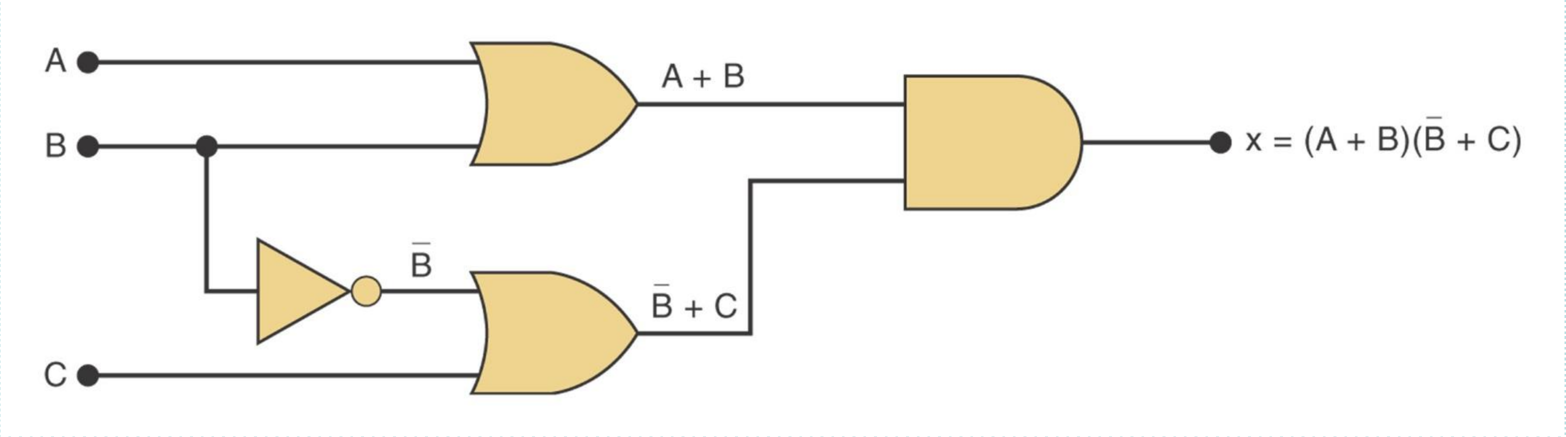
(b)

3.8 Implementando circuitos a partir de expressões booleanas (Cont...)

- **Este mesmo procedimento geral pode ser seguido sempre**
- **Mais adiante veremos que existem outras técnicas mais eficientes que poderão ser empregadas**

Exemplo 3.7

Desenhe o diagrama do circuito que implemente a expressão $x = (A + B)(\overline{B} + C)$.

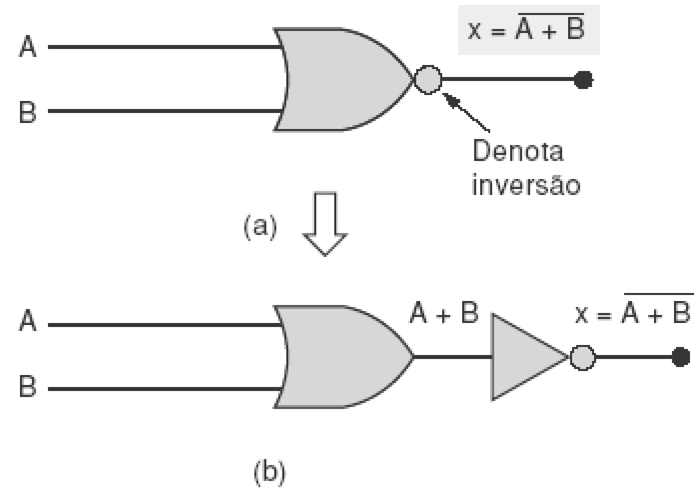


3.9 Portas NOR e portas NAND

- **Dois outros tipos de portas lógicas, muito usadas em circuitos digitais**
- **Combinam as operações básicas AND, OR e NOT**
- **É relativamente simples escrever suas expressões booleanas**

Porta NOR ('NÃO-OU')

- **Seu símbolo é o mesmo que o da porta OR, exceto pelo pequeno círculo na saída que representa a operação de inversão**
- **Sua operação é semelhante à da porta OR seguida de um INVERSOR**
- **A tabela-verdade da Figura 3.19(c), mostra que a saída da porta NOR é exatamente o inverso da saída da porta OR**



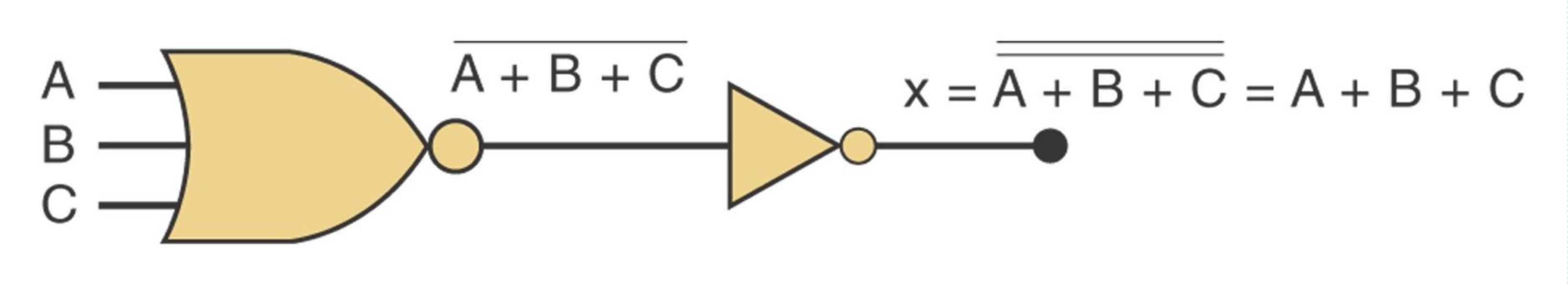
A	B	A + B (OR)	$\overline{A + B}$ (NOR)
0	0	0	1
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	1	0

(c)

FIGURA 3.19
(a) Símbolo da porta NOR;
(b) Circuito equivalente;
(c) Tabela-verdade.

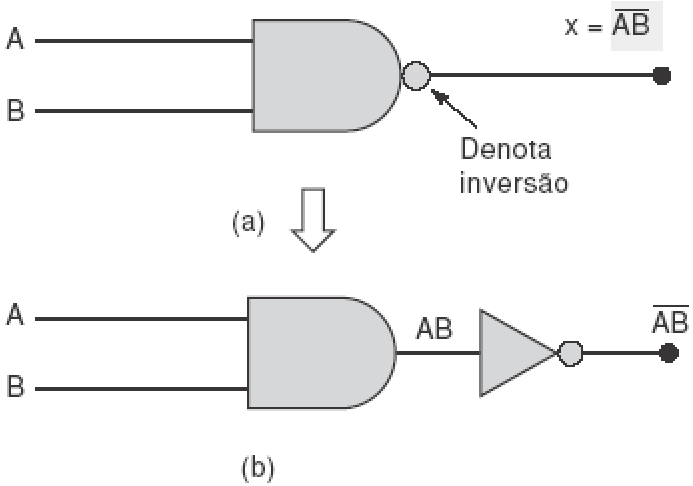
Exemplo 3.9

Determine a expressão booleana para uma porta NOR de três entradas seguida de um INVERSOR



Porta NAND (‘NÃO-E’)

- **Seu símbolo é o mesmo que o da porta AND, exceto pelo pequeno círculo na saída que representa a operação de inversão**
- **Sua operação é semelhante à da porta AND seguida de um INVERSOR**
- **A tabela-verdade da Figura 3.22(c), mostra que a saída da porta NAND é exatamente o inverso da saída da porta AND**



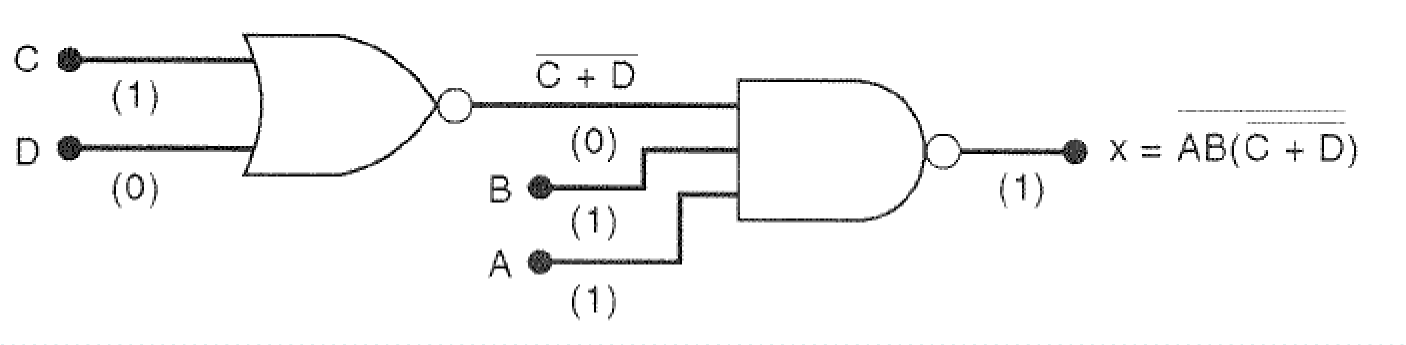
A	B	AND: AB	NAND: $\overline{AB}$
0	0	0	1
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

(c)

FIGURA 3.22
(a) Símbolo da porta NAND;
(b) Circuito equivalente;
(c) Tabela-verdade.

Exemplo 3.11

Implemente o circuito lógico que tem como expressão $x = \overline{AB \cdot (\overline{C + D})}$ usando apenas portas NOR e NAND.



Exemplo 3.12

Determine o nível lógico de saída do circuito para $A = B = C = 1$ e $D = 0$.

$$x = \overline{AB\overline{(C + D)}}$$
$$= \overline{1 \,.\, 1 \,.\, \overline{(1 + 0)}}$$
$$= \overline{1 \,.\, 1 \,.\, \overline{(1)}}$$
$$= \overline{1 \,.\, 1 \,.\, 0}$$
$$= \overline{0} = 1$$