Circuitos Lógicos Combinacionais

Sistemas de Informação
CPCX – UFMS
Slides: Prof. Renato F. dos Santos
Adaptação: Prof. Fernando Maia da Mota

Conteúdo

Introdução

- **Continuaremos nosso estudo de circuitos combinacionais**
- **Dois métodos serão utilizados:**
  - **o primeiro usará teoremas da álgebra booleana**
  - **o segundo, uma técnica de mapeamento**

4.1 Forma de soma-de-produtos

- **Os métodos de simplificação e projetos de circuitos lógicos que estudaremos requerem que a expressão esteja na forma de soma-de-produtos.**
- **Exemplos de expressões desse tipo:**

1. $ABC + \overline{A}B\overline{C}$
2. $AB + \overline{A}B\overline{C} + \overline{C}\,\overline{D} + D$
3. $\overline{A}B + C\overline{D} + EF + GK + K\overline{L}$

4.1 Forma de soma-de-produtos (Continuação)

- **Cada expressão, consiste em dois ou mais termos AND (produtos) conectados por uma operação OR**
- **Cada termo AND consistem em uma ou mais variáveis que aparecem individualmente na sua forma complementada ou não-complementada**
- **Em uma expressão na forma de soma-de-produtos, um sinal de inversão não pode cobrir mais que uma variável em um termo**
  - $\overline{ABC}$ **ou** $\overline{RST}$

Produto-de-somas

- Uma outra forma geral para expressões lógicas é usada às vezes no projeto de circuitos lógicos
- Consiste em dois ou mais termos OR (somas) conectados por operações AND.
- Cada termo OR contém uma ou mais variáveis na sua forma complementada ou não-complementada
- Expressões na forma de produto-de-somas:

1. $(A + \overline{B} + C)(A + C)$
2. $(A + \overline{B})(\overline{C} + D)F$
3. $(A + C)(B + \overline{D})(\overline{B} + C)(A + \overline{D} + \overline{E})$

Produto-de-somas (Continuação)

- **Usaremos métodos de simplificação e projeto de circuitos baseados na forma de soma-de-produtos**
- **Não usaremos muito a forma de produtos-de-soma**
- **A forma de produtos-de-soma, aparecerá em alguns circuitos lógicos que apresentam uma estrutura particular**

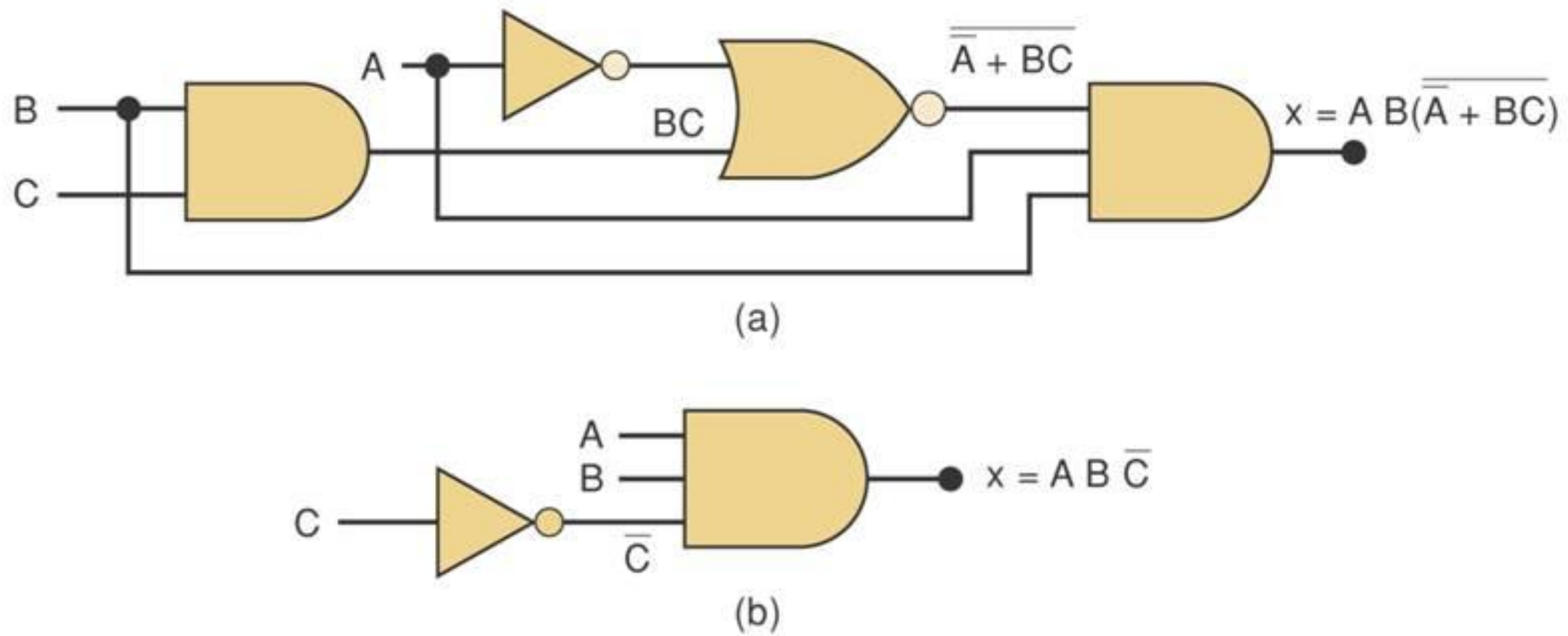
Produto-de-somas e Soma-de-produtos

1. **Quais das seguintes expressões estão na forma de soma-de-produtos?**
   a) **AB + CD + E**
   b) **AB(C + D)**
   c) **(A+B)(C+D+F)**
   d) $\overline{MN}$ **+ PQ**
2. **Repita a Questão 1 para a forma de produto-de-somas.**

4.2 Simplificação de circuitos lógicos

- Uma vez obtida uma expressão de um circuito lógico, podemos reduzi-la a uma forma mais simples que contenha uma menos número de termos ou variáveis em um ou mais termos da expressão
- A nova expressão pode ser usada na implementação de um circuito equivalente ao circuito original mas que contém menos portas lógicas e conexões
- O circuito da Figura 4.1(a) pode ser simplificado para produzir o circuito mostrado na Figura 4.1(b)
- Os dois circuitos realizam a mesma lógica
- Um circuito mais simples é mais desejável por conter menos portas lógicas, sendo menor e mais barato do que o circuito original

FIGURA 4.1
Geralmente é possível simplificar um circuito lógico como o mostrado em (a) para gerar uma implementação mais eficiente, conforme mostrado em (b).



4.2 Simplificação de circuitos lógicos (Continuação)

- **Nas seções subseqüentes, estudaremos dois métodos para simplificação de circuitos lógicos**
- **O primeiro método usa os teoremas da álgebra booleana e, como veremos, depende muito da inspiração e experiência do usuário**
- **O segundo método consiste em um método sistemático de aproximação passo a passo**

4.3 Simplificação algébrica

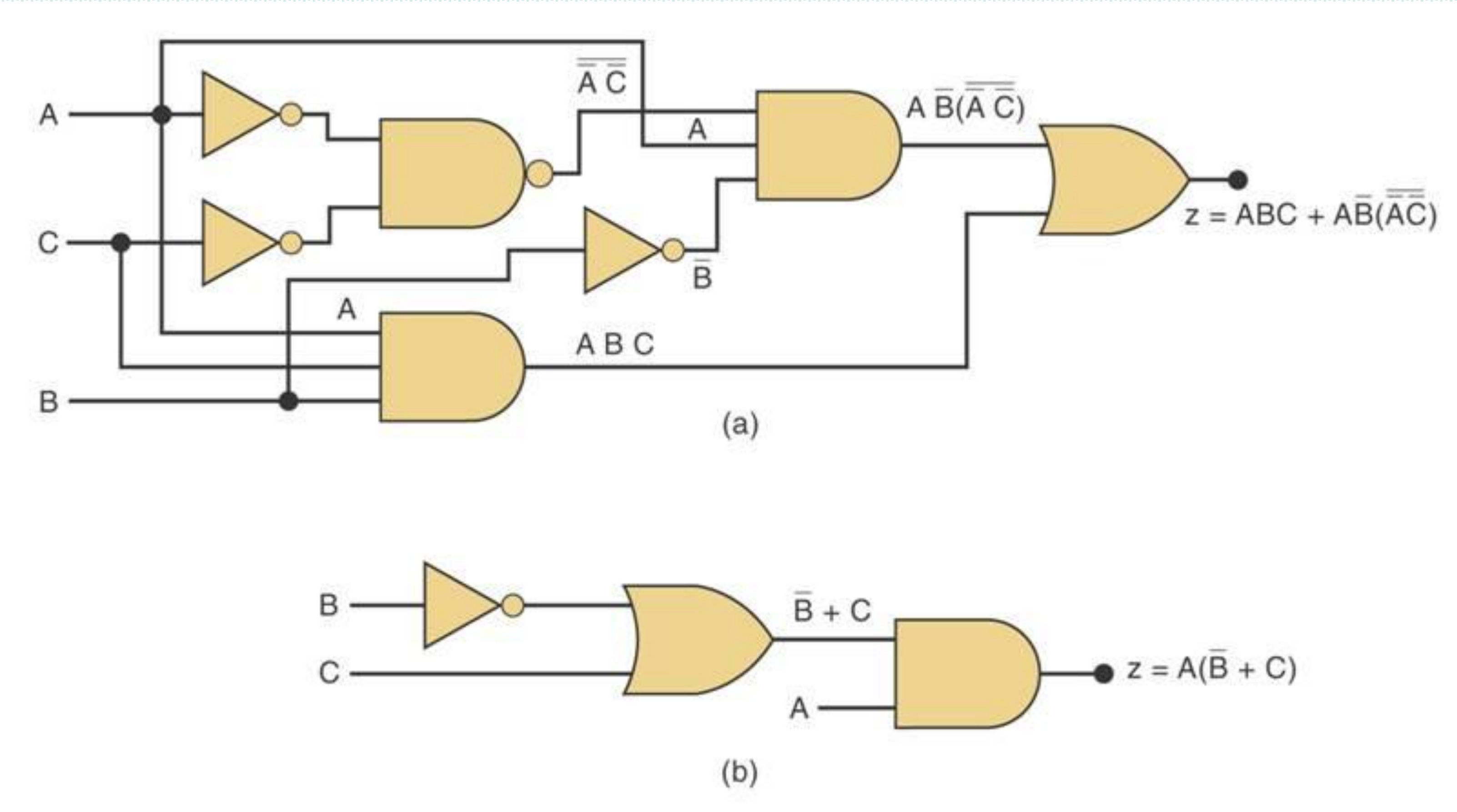
- **Podemos usar os teoremas da álgebra booleana para simplificar expressões de circuitos lógicos**
- **Nem sempre é óbvio qual teorema deve ser aplicado para se obter o resultado mais simplificado**
- **Não é fácil dizer se uma expressão está na sua forma mais simples ou ainda poderá ser mais simplificada**
- **Simplificações algébricas são, muitas vezes, um processo de tentativa e erro**

4.3 Simplificação algébrica (Continuação)

- **Os exemplos a seguir ilustram várias formas em que os teoremas booleanos podem ser aplicados na tentativa de simplificação de expressões**
- **Esses exemplos contém dois passos essenciais:**

1. **A expressão original é colocada na forma de soma-de-produtos aplicando-se repetidamente os teoremas de DeMorgan e a multiplicação de termos**
2. **Uma vez que a expressão original esteja na forma de soma-de-produtos, verifica-se se os termos produto têm fatores comuns, realizando a fotoração sempre que possível. Com sorte, a fatoração resulta na eliminação de um ou mais termos**

FIGURA 4.2
Exemplo 4.1.



Solução

– **O primeiro passo é determinar a expressão para a saída usando o método apresentado na seção 3.6. O resultado é**

$$z = ABC + A\overline{B} \cdot (\overline{\overline{A}\,\overline{C}})$$

– **Uma vez determinada a expressão, é uma boa idéia quebrar todas as barras de inversão, usando os teoremas de DeMorgan e, em seguida, multiplicar todos os termos.**

$$z = ABC + A\overline{B}(\overline{\overline{A}} + \overline{\overline{C}}) \qquad \textbf{[Teorema (17)]}$$

$$= ABC + A\overline{B}(A + C) \qquad \textbf{[cancela inversões duplas]}$$

$$= ABC + A\overline{B}A + A\overline{B}C \qquad \textbf{[multiplica]}$$

$$= ABC + A\overline{B} + A\overline{B}C \qquad [A \cdot A = A]$$

Solução (Continuação)

- **Agora, com a expressão na forma de soma-de-produtos, devemos procurar por variáveis comuns entre os vários termos com a intenção de fatorar. O primeiro e o terceiro termos têm *AC* em comum, que pode ser fatorado obtendo:**

$$z = AC(B + \overline{B}) + A\overline{B}$$

- **Visto que $B + \overline{B} = 1$, então**

$$z = AC(1) + A\overline{B}$$
$$= AC + A\overline{B}$$

- **Agora podemos fatorar *A*, resultando em**

$$z = A(C + \overline{B})$$

- **Esse resultado não tem com ser mais simplificado - Fig. 4.2(b)**

Exemplo 4.2

- **Simplifique a expressão** $z = A\overline{B}\overline{C} + A\overline{B}C + ABC$.
- **Solução**

Essa expressão já está na forma de soma-de-produtos.

***Método 1*: Os primeiros dois termos da expressão têm em comum o produto** $A\overline{B}$**. Portanto,**

$$z = A\overline{B}(\overline{C} + C) + ABC$$
$$= A\overline{B}(1) + ABC$$
$$= A\overline{B} + ABC$$

- **Podemos fatorar a variável** A **dos dois termos:**

$$z = A(\overline{B} + BC)$$

- **Aplicando-se o teorema (15b),**

$$z = A(\overline{B} + C)$$

Exemplo 4.2 (Continuação)

Método 2: **A expressão original é $z = A\overline{B}\,\overline{C} + A\overline{B}C + ABC$. Os dois primeiros termos têm $A\overline{B}$ em comum. Os dois últimos têm AC em comum. Como saber se devemos fatorar $A\overline{B}$ dos dois primeiros termos e AC dos dois últimos termos? Na realidade, podemos fazer os dois, usando o termo $A\overline{B}C$ duas vezes. Em outras palavras, podemos reescrever a expressão como**

$$z = A\overline{B}\,\overline{C} + A\overline{B}C + A\overline{B}C + ABC$$

onde acrescentamos um termo extra $A\overline{B}C$. Isso é válido e não altera o valor da expressão, visto que $A\overline{B}C + A\overline{B}C = A\overline{B}C$ [teorema (7)]. Agora podemos fatorar $A\overline{B}$ dos dois primeiros termos e AC dos dois últimos termos, abtendo:

Exemplo 4.2 (Continuação)

$$z = A\overline{B}(C + \overline{C}) + AC(\overline{B} + B)$$
$$= A\overline{B}\,.\,1 + AC\,.\,1$$
$$= A\overline{B} + AC = A(\overline{B} + C)$$

Esse resultado é, naturalmente o mesmo obtido com o método 1. Esse artifício de usar o mesmo termo duas vezes pode ser usado sempre. Na realidade, o mesmo termo pode ser repetido mais de duas vezes, caso seja necessário.

Exercícios

1. **Simplifique a expressão x=($\overline{A} + B$)(A+B+D)$\overline{D}$.**
2. **Simplifique a expressão x =($\overline{A} + B$)(A + $\overline{B}$)**