Lista de Exercícios

1. Dados três números naturais, verificar se eles formam os lados de um triângulo retângulo.

2. Dados três números inteiros, imprimi-los em ordem crescente.

3. Dada uma coleção de números naturais terminada por 0, imprimir seus quadrados.

4. Dado n, calcular a soma dos n primeiros números naturais.

5. Dado n, imprimir os n primeiros naturais ímpares.

   Exemplo:

   Para $n = 4$ a saída deverá ser $1, 3, 5, 7$.

6. Durante os 31 dias do mês de março foram tomadas as temperaturas médias diárias de Campo Grande, MS. Determinar o número de dias desse mês com temperaturas abaixo de zero.

7. Dados x inteiro e n um natural, calcular x^n.

8. Uma loja de discos anota diariamente durante o mês de abril a quantidade de discos vendidos. Determinar em que dia desse mês ocorreu a maior venda e qual foi a quantidade de discos vendida nesse dia.

9. Dados o número n de alunos de uma turma de Programação de Computadores I e suas notas de primeira prova, determinar a maior e a menor nota obtidas por essa turma, onde a nota mínima é 0 e a nota máxima é 100.

10. Dados n e uma seqüência de n números inteiros, determinar a soma dos números pares.

11. Dado n natural, determinar $n!$.

12. Dados n e dois números naturais não nulos i e j, imprimir em ordem crescente os n primeiros naturais que são múltiplos de i ou de j ou de ambos.

    Exemplo:

    Para $n = 6, i = 2$ e $j = 3$ a saída deverá ser $0, 2, 3, 4, 6, 8$.

13. Dizemos que um número natural é **triangular** se é produto de três números naturais consecutivos.

    Exemplo:

    120 é triangular, pois $4 \cdot 5 \cdot 6 = 120$.

    Dado n natural, verificar se n é triangular.

14. Dado p inteiro, verificar se p é primo.

15. Uma pessoa aplicou um capital de x reais a juros mensais de y durante 1 ano. Determinar o montante de cada mês durante este período.

16. Dado um natural n, determine o número harmônico H_n definido por

$$H_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k}.$$

17. Os pontos (x, y) que pertencem à figura H (veja a figura 4.1) são tais que $x \geq 0, y \geq 0$ e $x^2 + y^2 \leq 1$. Dados n pontos reais (x, y), verifique se cada ponto pertence ou não a H.

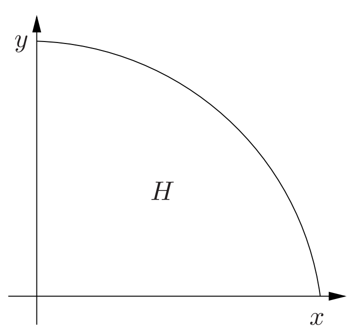

Figura 4.1: Área H de um quarto de um círculo. Veja o exercício 17.

18. Considere o conjunto $H = H_1 \cup H_2$ de pontos reais, onde

$$H_1 = \{(x, y) | x \leq 0, y \leq 0, y + x^2 + 2x - 3 \leq 0\}$$
$$H_2 = \{(x, y) | x \geq 0, y + x^2 - 2x - 3 \leq 0\}$$

    Faça um algoritmo que lê uma seqüência de n pontos reais (x, y) e verifica se cada ponto pertence ou não ao conjunto H. O algoritmo deve também contar o número de pontos da seqüência que pertencem a H.

19. Dados números reais a, b e c, calcular as raízes de uma equação do segundo grau da forma $ax^2 + bx + c = 0$. Imprimir a solução em uma das seguintes formas:

a. DUPLA	b. REAIS DISTINTAS	c. COMPLEXAS
raiz	raiz 1	parte real
	raiz 2	parte imaginária

20. Para n alunos de uma determinada classe são dadas as 3 notas das provas. Calcular a média aritmética das provas de cada aluno, a média da classe, o número de aprovados e o número de reprovados, onde o critério de aprovação é média $\geq$ 5,0.

21. Dadas as populações de Caarapó (MS) e Rio Negro (MS) e sabendo que a população de Caarapó tem um crescimento anual de x e a população de Rio Negro tem um crescimento anual de y determine:

    (a) se a população da cidade menor ultrapassa a da maior;

    (b) quantos anos passarão antes que isso aconteça.

22. Dados dois números inteiros positivos, determinar o máximo divisor comum entre eles utilizando o algoritmo de Euclides.

    Exemplo:

	1	1	1	2	
24	15	9	6	3	= mdc(24,15)
9	6	3	0		

23. Dado n inteiro positivo, dizemos que n é **perfeito** se for igual à soma de seus divisores positivos diferentes de n.

    Exemplo:

    28 é perfeito, pois $1 + 2 + 4 + 7 + 14 = 28$

    Verificar se um dado inteiro positivo é perfeito.

24. Leonardo Fibonacci[2] conseguiu modelar o ritmo de crescimento da população de coelhos através de uma seqüência de números naturais que passou a ser conhecida como **seqüência de Fibonacci**. O n-ésimo número da seqüência de Fibonacci F_n é dado pela seguinte fórmula de recorrência:

[2]Matemático italiano do século XII, conhecido pela descoberta dos números de Fibonacci e pelo seu papel na introdução do sistema decimal arábico para escrita e manipulação de números na Europa. O nome do matemático era Leonardo Fibonacci ($1170^{\star}$–$1250^{\dagger}$). Seu pai, Guglielmo, tinha o apelido de Bonacci, que quer dizer "pessoa simples". Leornardo foi postumamente conhecido como Fibonacci (*filius Bonacci*). Naquela época, uma pessoa ilustre tinha seu sobrenome associado ao lugar a que pertencia. Por isso, este matemático é mais conhecido como Leonardo de Pisa ou Leonardo Pisano.

$$\begin{cases} F_1 & = & 1 \\ F_2 & = & 1 \\ F_i & = & F_{i-1} + F_{i-2} \text{ para } i \geq 3. \end{cases}$$

Faça um algoritmo que dado n calcula F_n.

25. Dizemos que um número i é **congruente módulo** m a j se $i \bmod m = j \bmod m$.

    Exemplo:

    > 35 é congruente módulo 4 a 39, pois $35 \bmod 4 = 3 = 39 \bmod 4$.

    Dados n, j e m naturais não nulos, imprimir os n primeiros naturais congruentes a j módulo m.

26. Dado um número natural na base binária, transformá-lo para a base decimal.

    Exemplo:

    > Dado 10010 a saída será 18, pois $1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 18$.

27. Dado um número natural na base decimal, transformá-lo para a base binária.

    Exemplo:

    > Dado 18 a saída deverá ser 10010.

28. Dado um número inteiro positivo n que não contém um dígito 0, imprimi-lo na ordem inversa de seus dígitos.

    Exemplo:

    > Dado 26578 a saída deverá ser 87562.

29. Qualquer número natural de quatro algarismos pode ser dividido em duas dezenas formadas pelos seus dois primeiros e dois últimos dígitos.

    Exemplos:

    > 1297 : 12 e 97.
    > 5314 : 53 e 14.

    Escreva um algoritmo que imprima todos os números de quatro algarismos cuja raiz quadrada seja a soma das dezenas formadas pela divisão acima.

    Exemplo:

$\sqrt{9801} = 99 = 98 + 01$.
Portanto, 9801 é um dos números a ser impresso.

30. Dados n e uma seqüência de n números inteiros, determinar quantos segmentos de números iguais consecutivos compõem essa seqüência.

    Exemplo:

    A seqüência $\overbrace{5}, \overbrace{2, 2}, \overbrace{4, 4, 4, 4}, \overbrace{1, 1}$ é formada por 5 segmentos de números iguais.

31. Dados um inteiro positivo n e uma seqüência de n números inteiros, determinar o comprimento de um segmento crescente de comprimento máximo.

    Exemplos:

    Na seqüência $5, 10, 3, \overbrace{2, 4, 7, 9}, 8, 5$ o comprimento do segmento crescente máximo é 4.
    Na seqüência $10, 8, 7, 5, 2$ o comprimento de um segmento crescente máximo é 1.

32. Dizemos que um número natural n com pelo menos 2 algarismos é **palíndrome** se

    o primeiro algarismo de n é igual ao seu último algarismo;
    o segundo algarismo de n é igual ao se penúltimo algarismo;
    e assim sucessivamente.

    Exemplos:

    567765 é palíndrome;
    32423 é palíndrome;
    567675 não é palíndrome.

    Dado um número natural n, $n \geq 10$, verificar se n é palíndrome.

33. Dado um inteiro positivo n, calcular e imprimir o valor da seguinte soma

$$\frac{1}{n} + \frac{2}{n-1} + \frac{3}{n-2} + \ldots + \frac{n}{1}$$

    pelas seguintes maneiras:

    (a) fórmula de recorrência;
    (b) fórmula do termo geral.

34. Faça um algoritmo que calcula a soma

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \ldots + \frac{1}{9999} - \frac{1}{10000}$$

pelas seguintes maneiras:

   (a) adição dos termos da direita para a esquerda;
   (b) adição dos termos da esquerda para a direita;
   (c) adição separada dos termos positivos e dos termos negativos da esquerda para a direita;
   (d) adição separada dos termos positivos e dos termos negativos da direita para a esquerda;
   (e) fórmula de recorrência;
   (f) fórmula do termo geral.

35. Uma maneira de calcular o valor do número π é utilizar a seguinte série:

$$\pi = 4 - \frac{4}{3} + \frac{4}{5} - \frac{4}{7} + \frac{4}{9} - \frac{4}{11} + \ldots$$

Fazer um algoritmo para calcular e imprimir o valor de π através da série acima, com precisão de 4 casas decimais. Para obter a precisão desejada, adicionar apenas os termos cujo valor absoluto seja maior ou igual a 0,0001.

36. Dados x real e n natural, calcular uma aproximação para $\cos x$ através dos n primeiros termos da seguinte série:

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \ldots + (-1)^k \frac{x^{2k}}{(2k)!} + \ldots$$

Compare com os resultados de sua calculadora.

37. Dados x e ε reais, $\varepsilon > 0$, calcular uma aproximação para sen x através da seguinte série infinita

$$\sin x = \frac{x}{1!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \ldots + (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!} + \ldots$$

incluindo todos os termos $T_i = (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!}$, até que $T_i < \varepsilon$. Compare com os resultados de sua calculadora.

38. Dadas n seqüências de números inteiros, cada qual terminada por 0, calcular a soma dos números pares de cada seqüência.

39. Dado um número inteiro positivo n, determinar todos os inteiros entre 1 e n que são comprimento de hipotenusa de um triângulo retângulo com catetos inteiros.

40. Dados dois naturais m e n, determinar, entre todos os pares de números naturais (x, y) tais que $x \leq m$ e $y \leq n$, um par para o qual o valor da expressão $xy - x^2 + y$ seja máximo e calcular também esse máximo.

41. Dados n números inteiros positivos, calcular a soma dos que são primos.

42. Sabe-se que um número da forma n^3 é igual à soma de n números ímpares consecutivos.

    Exemplo:

    $$\begin{array}{l} 1^3 = 1 \\ 2^3 = 3 + 5 \\ 3^3 = 7 + 9 + 11 \\ 4^3 = 13 + 15 + 17 + 19 \\ \vdots \end{array}$$

    Dado m, determine os ímpares consecutivos cuja soma é igual a n^3 para n assumindo valores de 1 a m.

43. Dado um número inteiro positivo, determine a sua decomposição em fatores primos, calculando também a multiplicidade de cada fator.

44. Dados n inteiros positivos, determinar o máximo divisor comum entre eles.